

Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 1 — 1963

Н. И. КОЖЕВНИКОВ, Е. А. МАКАРОВА, Г. Ф. СИТНИК

МОДЕЛЬ ПОЛОСЫ ПОГЛОЩЕНИЯ ИНФРАКРАСНОЙ РАДИАЦИИ ПАРАМИ ВОДЫ

Рассматривается описание экспериментальных результатов [5, 6] с помощью теоретических моделей полосы поглощения. Приведены результаты расчета полосы, составленной из неравномерно расположенных линий.

Для описания поглощения инфракрасной радиации в земной атмосфере были предложены различные модели полосы поглощения в спектре водяного пара (или других газов). На основе этих моделей строится соответствующая функция поглощения, связывающая величину поглощения радиации с количеством поглощающего вещества. Эльзассером ([1], см. также [2]) была предложена модель полосы, содержащей бесконечное количество равноотстоящих линий поглощения. Контур каждой линии описывается при помощи контура затухания

$$k(\nu) = \frac{S}{\pi} \frac{\alpha}{(\nu - \nu_0)^2 + \alpha^2}, \quad (1)$$

где $k(\nu)$ — коэффициент поглощения в частоте ν , α — полуширина линии, ν_0 — частота в центре линии. В зависимости от расстояния между линиями остаточная интенсивность $\bar{I}$ (в единицах интенсивности непрерывного спектра) радиации прошедшей через слой, содержащий количество вещества, равное m , дается формулой

$$\bar{I} = e^{\frac{-Sm}{d}}, \quad (2)$$

$$\bar{I} = 1 - \Phi\left(\frac{\sqrt{\pi Sam}}{d}\right). \quad (3)$$

Здесь функция $\Phi(z)$ есть функция Крампа, определяемая следующим образом:

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-z^2} dz. \quad (4)$$

Остаточная интенсивность I в модели Эльзассера (а также Гуди) определяется следующим образом: подсчитывается количество энергии в

участке спектра протяженностью в d единиц (например, от центра одной линии до центра другой). Отношение количества энергии заключенного в этом участке спектра после и до прохождения слоя поглощающего вещества и есть остаточная интенсивность. Остаточная интенсивность, определенная таким образом, не зависит от дисперсии спектрального прибора при условии, что спектрограф регистрирует одновременно участок спектра, заключающий в себе целое количество таких интервалов. В формулах (2) и (3) величина d есть расстояние между центрами двух соседних линий. Величина S определяется формулой

$$S = \int_{-\infty}^{+\infty} k(\nu) d\nu. \quad (5)$$

Формула (2) справедлива в том случае, если $d \leq 3\alpha$; формула (3) справедлива в том случае, если $d \geq 12\alpha$. Модель Эльзассера, основанная на предположении эквидистантности линий и их одинаковой интенсивности, лучше всего описывает поглощение радиации, производимое в полосах CO_2 и CO . Полосы водяного пара, характеризующиеся неравномерным расположением линий, описываются моделью Эльзассера значительно хуже. Гуди [3] была предложена статистическая модель полосы поглощения водяного пара, которая основана на предположении о случайности распределения линий в полосе и о случайности величины интенсивности линий. Остаточная интенсивность радиации, прошедшей слой с оптической толщиной w , дается, согласно модели Гуди, следующей формулой:

$$\bar{I}(\alpha, w\sigma) = e^{-\frac{w\sigma\alpha}{(\alpha^2 + \frac{w\sigma\alpha}{\pi})^{1/2} \delta}}. \quad (6)$$

Здесь δ — среднее расстояние между линиями в полосе, σ — средняя интенсивность линии. В работе [4] указывается, что модель Гуди хорошо описывает поглощение радиации парами воды.

Эти модели были применены нами для описания поглощения радиации в полосе $1,12 \mu$ спектра атмосферных паров воды. В работе [5] нами была построена (по данным наблюдений) калибровочная кривая для полосы $1,12 \mu$, связывающая остаточную интенсивность радиации в полосе поглощения с количеством водяного пара. На рис. 1 крестиками отмечена полученная экспериментально калибровочная кривая (по оси ординат — остаточная интенсивность, по оси абсцисс — количество водяного пара в см осажденной воды). Для количества пара в области от 2 до 6 см осажденной воды использованы данные, полученные в Кучинской астрофизической обсерватории на спектрографе ИКС-11. Для количества пара в области от 0 до 2 см (осажденной воды) использованы данные, полученные на Высокогорной станции ГАИШ под Алма-Атой. Эти данные перевычислены на величину приведенного атмосферного давления в Кучино методом, описанным в [6], и приведены к дисперсии спектрографа ИКС-11.

Формулы (2), (3), (6) заключают в себе ряд непосредственно неопределимых постоянных (полуширина линии поглощения, расстояние между линиями и т. д.). В формулах (2) и (3) эти постоянные фигурируют как множитель перед величиной m . Для определения этого множителя необходимо условие, чтобы все теоретические кривые проходили через точку с абсциссой, равной 2,0, и ординатой, равной 0,25 (в соответствующих единицах). Для применения модели Гуди мы использовали калибровочную кривую, содержащуюся в [4], наложив на нее то же

условие, что и для применения модели Эльзассера. Зачерненные кружки на рис. 1 отмечают результаты описания поглощения радиации с помощью функции Крампа

$$\bar{I} = \frac{I_{nn}}{I_{н.с}} = 1 - \Phi[\sqrt{0,132m}]. \quad (7)$$

Здесь I_{nn} — остаточная интенсивность в полосе поглощения, $I_{н.с}$ — интенсивность непрерывного спектра. Кружки с точкой на рис. 1 отмечают результаты применения экспоненциальной функции

$$\bar{I} = e^{-0,17m}. \quad (8)$$

Наконец, треугольниками отмечено представление с помощью модели Гуди. На рис. 2 по оси ординат отложено отношение экспериментально определенной остаточной интенсивности $\bar{I}_{экс}$ к теоретически вычисленной $\bar{I}_{теор}$. Кружки с точкой отмечают результаты применения экспоненциальной функции; зачерненные кружки — функции Крампа; простые кружки — модель Гуди. Рассмотрение рисунков 1 и 2 приводит нас к выводу, что наилучшие результаты дает модель Гуди. Используя не-

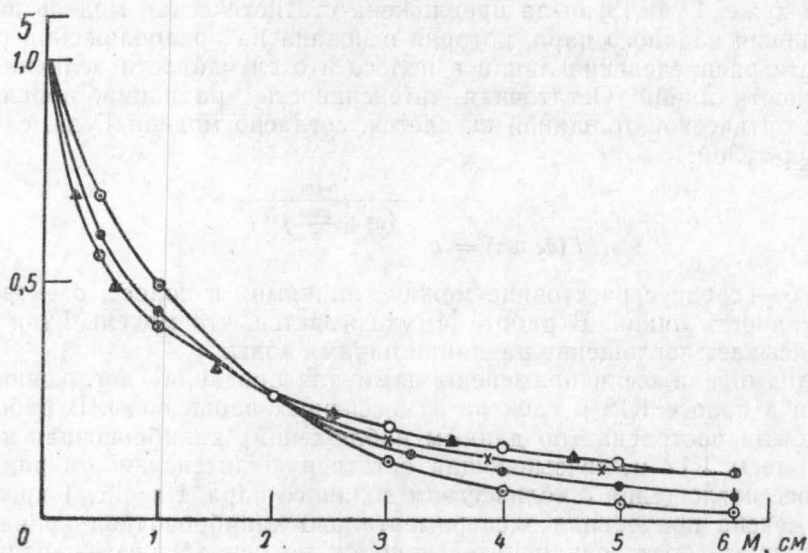


Рис. 1

большой участок калибровочной кривой (например, от 0 до 2 см осажженной воды), можно добиться хорошего описания экспериментальной кривой и с помощью формул (2) и (3), или же применив какую-либо интерполяционную формулу [7, 8]. Однако и в этом случае следует оказывать предпочтение представлению калибровочной кривой с помощью функции Крампа, а не экспоненциальной функции и не закону квадратного корня.

Мы попытались также рассчитать поглощение радиации водяным паром исходя из конкретной модели полосы. Для этого мы предположили, что полоса поглощения состоит из линий равной интенсивности, расположенных на различных расстояниях друг от друга. Расстояние между центрами линий измеряется в единицах полуширины линии. Было рассчитано несколько моделей; в табл. 1 приведены данные о расстояниях между центральной линией полосы и остальными линиями (по

порядку их удаления от центральной линии). Цифры верхней строки табл. 1 указывают номер линии, считая от центральной линии полосы, цифры левого столбца указывают номер модели. Модели полос являются симметричными относительно центральной линии.

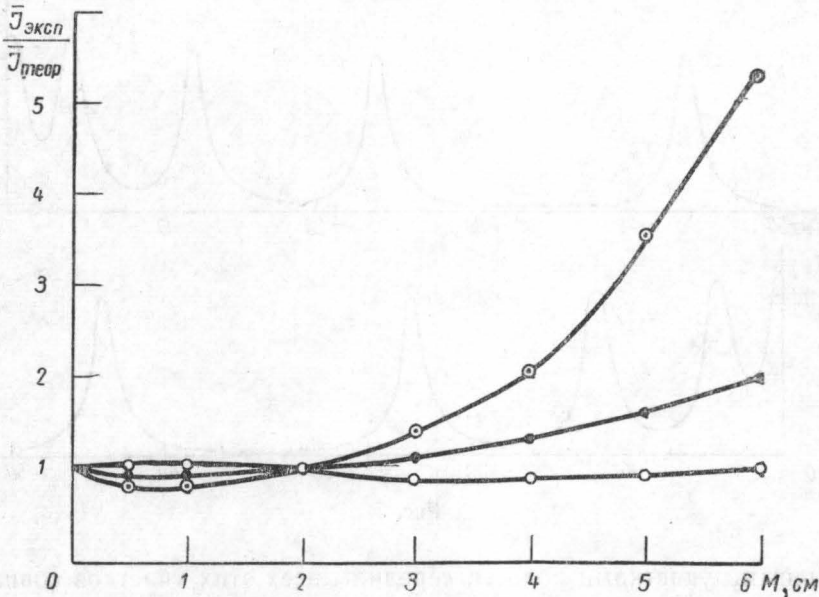


Рис. 2

На рис. 3 представлено распределение величины коэффициента поглощения в полосе модели IV; по оси абсцисс отложено расстояние от центральной линии в единицах полуширины линии (контур линий во всех моделях является контуром затухания), по оси ординат — величина коэффициента поглощения. За единицу величины коэффициента поглощения принята величина коэффициента поглощения в центре

Таблица 1

	1	2	3	4	5	6	7
I	±0,5	±1,5	±3,0	±5,0	±7,5	±10,5	±13,5
II	±2	±6	±14	±28			
III	±1	±3	±6	±10	±15	±21	
IV	±4	±12	±24	±44			

одионочной линии, рассчитанная на единицу оптической толщ w . Модели I, II, III, IV имеют определенную структуру, и величина поглощения радиации зависит от того, действие какой части полосы мы рассматриваем. Модели Эльзассера и Гуди не содержат такой асимметрии, так как в них предполагается, что полоса имеет бесконечную протяженность и в ней отсутствуют какие-либо систематические изменения в расположении и интенсивности линий. Поэтому функция поглощения, построенная с помощью этих моделей, не зависит от дисперсии или иных параметров спектрального аппарата, с помощью которого производится изучение поглощения радиации водяным паром. Однако, как

показывают результаты экспериментов [5, 9, 10], такая зависимость наблюдается. Поэтому при построении калибровочных кривых с помощью наших моделей надо рассчитывать также поглощение, производимое

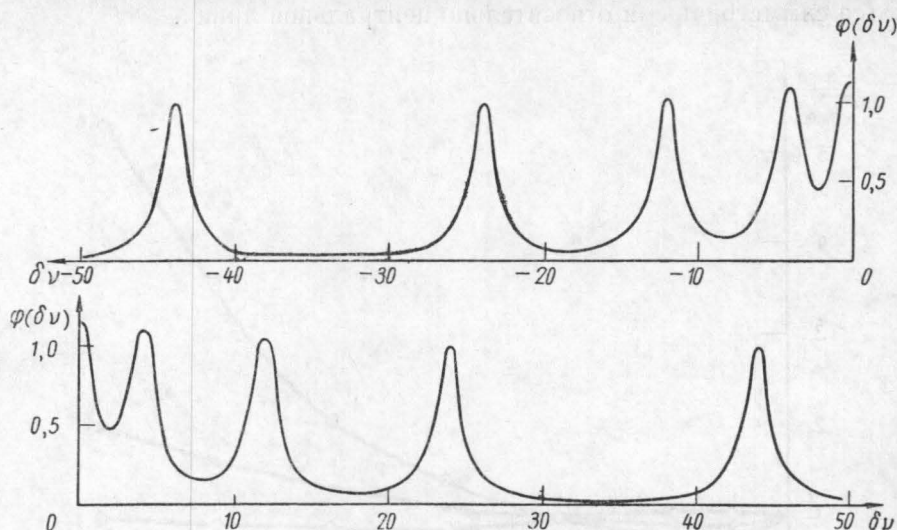


Рис. 3

различными участками полосы; середины всех этих участков совпадают с центрами полос. Расчет остаточных интенсивностей $\bar{I}(\omega)$ производился по формуле

$$\bar{I}(\omega) = \frac{2}{\Delta V} \int_0^{\Delta V/2} e^{-\omega \varphi(\delta\nu)} d(\delta\nu). \quad (9)$$

Здесь ω — величина оптической толщи; ΔV — величина участка полосы, в котором рассматривается поглощение радиации; $\delta\nu$ — разность частот между центром и каким-либо участком полосы, выраженная в единицах полуширины α . Функция $\varphi(\delta\nu)$ имеет следующий вид:

$$\varphi(\delta\nu) = \sum_{\Delta\nu_n} \frac{1}{1 + (\delta\nu + \Delta\nu_n)^2}. \quad (10)$$

Функция $\varphi(\delta\nu)$ есть коэффициент поглощения, рассчитанный на единицу оптической толщи. Суммирование в (10) ведется по параметру $\Delta\nu_n$, описывающему расположение линий в полосе; суммирование ведется по всем линиям полосы. В табл. 2 приведены результаты вычисления $\bar{I}(\omega)$ для различных моделей. Наилучшее согласие с экспериментальными данными было получено для модели IV и $\Delta V = 68$ (на рис. 1 и 2 соответствующая кривая отмечена кружками). Кривая $\Delta V = 68$ очень хорошо совпадает с кривой, построенной с помощью модели Гуди. На рис. 4 представлены результаты вычислений, выполненных с помощью модели IV. Для использования графиков рис. 4 (и аналогичных им графиков, которые могут быть построены для других моделей) необходимо поступать следующим образом. Пусть для двух значений ω_1 и ω_2 оптической толщи (или для двух значений любого другого аналогичного параметра) известны величины остаточных интенсивностей $\bar{I}_1$ и $\bar{I}_2$.

Таблица 2

Модель I

	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0
10	1,0	0,33	0,12	0,04	0,02	0,01	0,00	

Модель II

	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0
10	1,0	0,6	0,4	0,28	0,18	0,08	0,04	0,04
20	1,0	0,7	0,52	0,41	0,32	0,21	0,15	0,15
30	1,0	0,74	0,56	0,45	0,37	0,23	0,18	0,14

Модель III

	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0
10	1,0	0,49	0,25	0,14	0,07	0,03	0,01	0,00
20	1,0	0,57	0,36	0,22	0,13	0,06	0,03	
30	1,0	0,62	0,42	0,29	0,19	0,11	0,06	

Модель IV

	0,0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	1,0	0,43	0,26	0,15	0,08	0,05	0,03	0,02	0,02	0,01	0,00
20	1,0	0,63	0,44	0,31	0,24	0,19	0,15	0,13	0,11	0,09	0,07
40	1,0	0,72	0,54	0,44	0,36	0,30	0,26	0,23	0,20	0,18	0,16
68	1,0	0,73	0,61	0,53	0,47	0,41	0,37	0,34	0,32	0,29	0,26
108	1,0	0,79	0,68	0,60	0,55	0,50	0,46	0,43	0,40	0,38	0,36

	15	20	25	30	50	100
68	0,19	0,15	0,12	0,10	0,05	0,02
108	0,28	0,25	0,22	0,18	0,10	0,06

Возьмем какую-либо кривую рис. 4, например, $\Delta V = 20$. Найдем точку на этой кривой, ордината которой равна $\bar{I}_1$, а абсцисса равна M_1 . Если абсцисса точки, для которой ордината равна $\bar{I}_2$, есть M_2 и $\frac{M_1}{M_2} = \frac{W_1}{W_2}$, то кривая $\Delta V = 20$ и есть искомая калибровочная кривая. Если не удастся подобрать две такие точки при помощи данной модели полосы, то не-

обходимо использовать другие модели. Описанная процедура была проделана для калибровочных кривых полос поглощения 0,94, 0,95, 1,12, 1,14 и 1,47 μ . Оказалось, что для этих калибровочных кривых (полученных в Алма-Ате, на спектрографе ИКС-6) лучше всего подходит модель I для $\Delta V = 10$. В то же время для полос поглощения 1,12, 1,47,

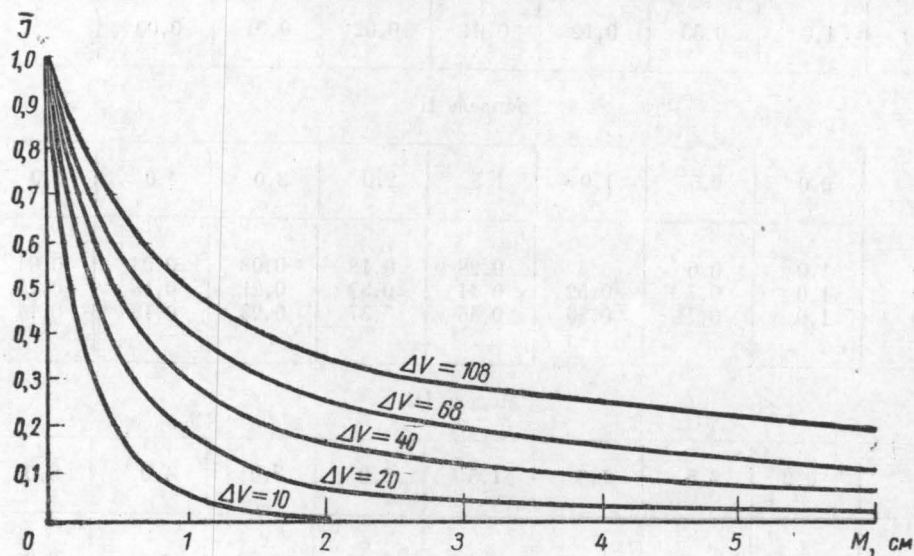


Рис. 4

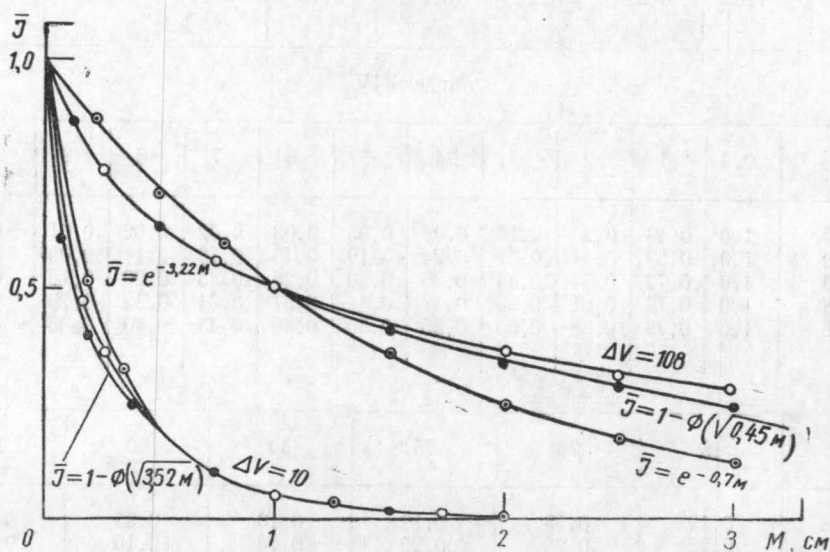


Рис. 5

1,14 μ (полученных в Кучино на спектрографе ИКС-11) лучше всего подошла модель IV, для $\Delta V = 68$ и $\Delta V = 108$.

На рис. 5 представлены результаты аппроксимирования кривых поглощения для $\Delta V = 10$ и $\Delta V = 108$ (модель IV) с помощью функции Крампа и показательной функции. Кривая поглощения для $\Delta V = 10$ хорошо представляется как показательной функцией, так и функцией

Крампа. Кривая поглощения для $\Delta V = 108$ плохо представляется показательной функцией и удовлетворительно представляется функцией Крампа. Таким образом, в зависимости от того, какой участок около центра полосы мы рассматриваем, применяется то или иное представление для функции поглощения. Инфракрасные спектрографы типа ИКС-6 и ИКС-11 имеют небольшую дисперсию. Выходная щель монохроматора в этих спектрографах вырезает значительный участок в спектре полосы поглощения паров воды. Полосы поглощения паров воды имеют весьма нерегулярную структуру. Поэтому в зависимости от того, какой участок спектра полосы поглощения регистрируется, возможно применение различных представлений закона поглощения. Таким образом, установление экспериментальным путем применимости или экспоненциальной функции, или функции Крампа, или даже закона квадратного корня для описания зависимости между поглощением радиации и количеством поглощающего вещества, имеет частный характер. Из всего сказанного следует также, что при определении содержания паров воды в атмосфере с помощью спектральных приборов, необходимо пользоваться одним и тем же значением ширины щелей спектрографа. Ширина щелей спектрографа должна быть такой, какой она была при проведении калибровки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Elsasser W. M. Heat transfer by infrared radiation in the atmosphere, 1942.
2. Кондратьев К. Я. Перенос длинноволнового излучения в атмосфере. ГИТТЛ, М., 1950.
3. Goody R. M. Quart. J. Roy. Meteorol. Soc., 78, 165, 1952.
4. Howard J. N., Burch D. E. Dudley Williams. JOSA, 46, 1956.
5. Макарова Е. А., Ситник Г. Ф., Кожевников Н. И. Сообщения ГАИШ, № 126, 1962.
6. Кожевников Н. И., Макарова Е. А., Ситник Г. Ф. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физики, астрономии, № 6, 1962.
7. Торопова Т. П. «Изв. Астрофиз. ин-та АН КазССР», VI, вып. 3, 1958.
8. Лебединский А. И. «Уч. зап. ЛГУ», № 31, сер. матем. наук, вып. 3, 1939.
9. Торопова Т. П. «Изв. Астрофиз. ин-та АН КазССР», X, 1960.
10. Fowle F. E. Ap. J., 35, 149, 1912; 37, 359, 1913.

Поступила в редакцию
11.5 1962 г.

Кафедра
астрофизики