

С. А. АХМАНОВ, В. Г. ДМИТРИЕВ

О ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ УСИЛЕНИИ БЕГУЩИХ ВОЛН ПРИ НИЗКОЧАСТОТНОЙ НАКАЧКЕ

Изложены результаты теоретического и экспериментального исследования параметрических усилителей бегущей волны с накачкой, частота которой ниже частоты сигнала. Показано, что усиление в этом случае может иметь место в области основного параметрического резонанса за счет взаимодействия многих комбинационных частот. Расчеты выполнены для систем двух типов: одномерных волноводных систем с малой дисперсией и одним типом волн и двумерной диспергирующей среды. Для первого случая вычислены постоянные нарастания и учтены граничные условия. Установлены требования к дисперсионным характеристикам двумерной диспергирующей среды с переменными параметрами, которая способна к усилению бегущих волн с частотами, превышающими частоту накачки. Сообщаются результаты экспериментального исследования параметрического усиления волн пространственного заряда при низкочастотной накачке, которые интерпретируются на основе расчетов для одномерных волноводных систем с малой дисперсией.

Введение

В последние годы в ряде работ (например [1—4]) обсуждались возможности создания параметрических усилителей с частотой накачки, меньшей частоты усиливаемого сигнала. Интерес к таким усилителям связан прежде всего с освоением новых диапазонов электромагнитных колебаний, в которых эффективные генераторы накачки отсутствуют. Особое значение исследование параметрических усилителей с низкочастотной накачкой приобретает в связи с появившимися в недавнее время возможностями реализации параметрических усилителей оптического диапазона [5].

Известно, что параметрическая регенерация при низкочастотной накачке может иметь место как в области основного, так и в области высших параметрических резонансов; при этом в 1-м случае, в отличие от режима высокочастотной накачки эффективно взаимодействовать должны волны не трех, а четырех или более частот [2, 7, 9]. Указанный режим представляет наибольший практический интерес, поскольку здесь регенерация определяется коэффициентом модуляции реактивного параметра m в 1-й степени в отличие от областей высших параметрических резонансов, в которых регенерация определяется членами вида m^2 , m^3 и т. п.* [6].

* Отметим, что в практически используемых параметрических усилителях с нелинейными реактивностями значительную роль играют гармоники накачки, возникаю-

Решение системы линейных дифференциальных уравнений (7) следует искать в виде $E_i = E_{i0} e^{vz}$. Однако, прежде чем переходить к отысканию постоянных распространения v , отметим, что непосредственно из уравнений (7) могут быть получены соотношения, характеризующие связь между приращениями мощностей волн (1, 2, 3, 4) ΔP_i на длине l (для этого следует 1-е уравнение умножить на E_1 , второе на E_2 и т. д., скомбинировать полученные члены и проинтегрировать). Тогда имеем

$$\frac{\Delta P_1 \cos \theta_1}{\omega_1} + \frac{\Delta P_3 \cos \theta_3}{\omega_3} = \frac{\Delta P_2 \cos \theta_2}{\omega_2} + \frac{\Delta P_4 \cos \theta_4}{\omega_4}.$$

Последнее соотношение является обобщением известных энергетических соотношений Мэнли — Роу на случай двумерной среды: видно, что в рассматриваемом случае соотношениям Мэнли—Роу удовлетворяют проекции потоков мощностей на направление волнового вектора накачки.

§ 2. О способах реализации параметрических усилителей бегущей волны с низкочастотной накачкой

1. Одномерная недиспергирующая среда

Условия синхронизма (5), необходимые для существования когерентного взаимодействия комбинационных волн E_i (а следовательно, и возможностей появления накапливающихся с расстоянием эффектов), наиболее просто могут быть выполнены в системах с одним типом распространяющихся волн и слабой дисперсией. При этом, как видно из (5), все комбинационные волны в таких системах должны распространяться вдоль оси x , т. е. задача здесь сводится к одномерной.

Рассчитаем постоянные распространения комбинационных волн в системах подобного типа*; при этом в (7) следует положить $\cos \theta_i = 1$. Будем предполагать, что фазовая скорость волн в системе постоянна в диапазоне $0 \leq \omega < 2\omega_H$ и сильно изменяется при $\omega \geq 2\omega_H$. Тогда характеристическое уравнение имеет вид

$$v^4 + (\gamma_1 \gamma_3 + \gamma_2 \gamma_4 - \gamma_1 \gamma_2) v^2 + \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4 = 0. \quad (8)$$

Его корни

$$v = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \gamma_H \{-Q_1(\kappa) \pm Q_2(\kappa)\}^{\frac{1}{2}}, \quad (9)$$

где параметр κ характеризует отношение частот сигнала и накачки

$$\kappa = \omega_3 \omega_H^{-1}; \quad 1 \leq \kappa \leq 2, \quad (10)$$

параметр $\gamma_H = mk_H$, а выражения $Q_{1,2}(\kappa)$ являются полиномами вида

$$Q_2(\kappa) = (5\kappa^4 - 30\kappa^3 + 85\kappa^2 - 120\kappa + 64)^{\frac{1}{2}}. \quad (11)$$

* Экспериментально подобные системы могут быть реализованы, например, на основе линий передачи, если все частоты $\omega_i \ll \omega_{кр}$ — критической частоты линии. Другим примером системы рассматриваемого типа является электронный поток, дрейфующий внутри проводящей трубки (см. [3, 11–12] и § 3 настоящей работы).

На рис. 1 представлены функции $Q_2^2(\kappa)$, $Q_1(\kappa)$ и величина ν^2 в той области значений κ , где ν^2 действительна. Легко видеть, что процесс взаимодействия волн существенно определяется параметром κ (10). Действительно, в областях значений κ , удовлетворяющих неравенствам

$$1 < \kappa \leq 1,3, \quad 1,7 \leq \kappa < 2, \quad (12)$$

величина ν^2 (рис. 1, кривая ν) является отрицательной. Все корни уравнения (8) в этом случае чисто мнимые, процесс взаимодействия сводится к пространственным биениям волн (рис. 2, a). Значительно больший интерес представляет область значений

$$1,3 \leq \kappa \leq 1,7, \quad (13)$$

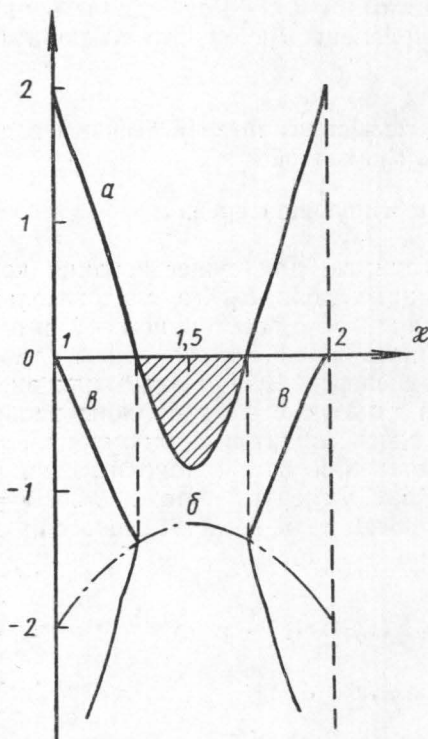


Рис. 1. Зависимость величин Q_2^2 (кривая a), Q_1 (кривая b) и ν^2 (кривая v) от параметра κ

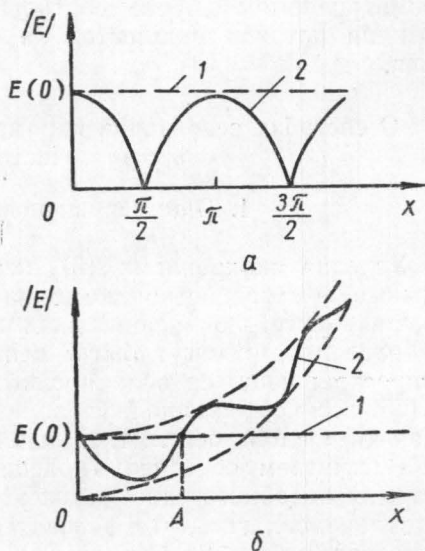


Рис. 2. Зависимость амплитуды волн сигнала от расстояния вдоль системы: a — для случая чисто мнимых корней ν_i ; b — для случая комплексных ν_c . Кривые 1 означают уровень сигнала без накачки, кривые 2 — с накачкой

лежащая вблизи значения $\kappa = 1,5$, соответствующего вырожденному режиму для случая «высокочастотной» накачки (когда сигнал подается на частоте ω_1 или ω_2). В области (13) величина ν^2 , а следовательно, и все корни уравнения (8), комплексны; в силу этого в линии появляются нарастающие волны сигнала и комбинационных частот. Для волны сигнала, например, имеем

$$E_3 = \frac{E_3(0)}{B^* - B} \{B^* \operatorname{ch} \nu x - B \operatorname{ch} \nu^* x\}, \quad (14)$$

где ν — один из корней уравнения (8), $E_3(0)$ — значение амплитуды E_3 на входе, $B = -1 - \nu^2(\gamma_1\gamma_3)^{-1}$, звездочка означает комплексно сопряженные величины. Зависимость типа (14) изображена на рис. 2, b (кривая 2) и имеет характер экспоненты, которая аддитивно модулиро-

вана синусоидой. Для амплитуды волны разностной частоты E_2 аналогичная зависимость носит несколько другой характер:

$$E_2 = \frac{2E_3(0)|B|^2}{B^* - B} \operatorname{sh}(\operatorname{Re} vx) \sin(\operatorname{Im} vx). \quad (15)$$

В этом случае мы имеем экспоненту, полностью модулированную синусоидой (ср. [10], где исследовалась задача о пятичастотном усилителе с высокочастотной накачкой).

Рассмотренные особенности корней уравнения (8) позволяют сделать ряд выводов.

1. В области значений κ , определяемых неравенствами (12), параметрическое усиление волн невозможно; имеет место лишь подавление волны сигнала волной накачки (рис. 2, а, кривая 2).

2. В области значений κ вблизи $\kappa = 1,5$ возможно усиление волны сигнала; правда, при этом нарастание волн не является чисто экспоненциальным (рис. 2, б, кривая 2).

3. При данной длине системы l в зависимости от коэффициента модуляции m , т. е. от амплитуды накачки, может иметь место как усиление, так и подавление волны сигнала. Зависимость амплитуды сигнала от амплитуды накачки имеет характер ряда максимумов, величина которых растет с увеличением амплитуды накачки (рис. 2, б, кривая 2).

4. Для данной системы существует пороговое произведение коэффициента модуляции на набег фазы волны накачки на длине l

$$A = (mk_H l)_{\min}, \quad (16)$$

характеризующееся тем, что усиление сигнала при низкочастотной накачке возможно лишь при таких параметрах m , k_H , l , что

$$mk_H l > A. \quad (17)$$

5. Полоса усиливаемых частот сигнала в рассматриваемом случае не превышает величины $\sim 27\%$. Заметим, что в случае, когда сигнал подается на более низкой, чем накачка, частоте, а волны суммарных частот $\omega_{3,4}$ в системе не распространяются, полоса усиливаемых частот сигнала составляет 100% *.

В заключение этого раздела отметим следующее. До сих пор мы полагали, что волна накачки в среде не деформируется (гармоники накачки имеют фазовые скорости, резко отличающиеся от фазовой скорости основной волны). Качественный анализ процесса усиления для случая, когда в системе возникает и нарастает вторая гармоника накачки (анализ процесса нарастания гармоники выполнен в [13]), показывает следующее. Пока амплитуда 2-й гармоники E_{H2} мала, в системе сохраняются пространственные биения комбинационных волн. Когда E_{H2} нарастает до заметной величины, пространственные биения сменяются экспоненциальным усилением.

* Это различие качественно можно интерпретировать, предполагая, что основным энергетическим взаимодействием в рассматриваемой системе является передача энергии от накачки колебаниям на частотах ω_1 и ω_2 . Тогда перекачку энергии на верхние частоты $\omega_{3,4}$ можно трактовать как увеличение потерь для волн $\omega_{1,2}$.

Эти потери лучше всего компенсируются при $\omega_1 = \omega_2 = \frac{1}{2} \omega_H$, где параметрическая регенерация при высокочастотной накачке максимальна.

2. Диспергирующая среда

Проанализируем теперь условия усиления в диспергирующей среде. Как легко видеть из (5), условиям синхронизма для волн одного направления теперь уже удовлетворить невозможно, так что задача здесь становится принципиально двумерной. Для конкретизации требований к дисперсионным свойствам среды рассмотрим «вырожденный» режим ($\kappa = 1,5$). В этом случае условие (5) равносильно системе двух неравенств для коэффициентов преломления n на частотах ω , 2ω , 3ω :

$$n(\omega) > n(2\omega); \quad n(\omega) > n(3\omega). \quad (19)$$

В изотропной среде условие (19) может быть выполнено лишь при наличии аномальной дисперсии (вблизи полос поглощения). Аномальную дисперсию можно имитировать, однако, в анизотропной среде с

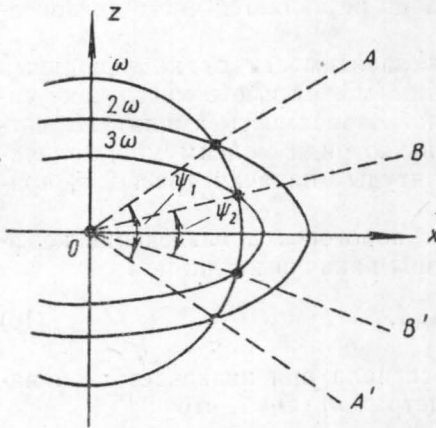


Рис. 3. Эллипсоид скоростей для параметрического усилителя на одноосном отрицательном кристалле

нормальной дисперсией, если использовать взаимодействие волн разных типов. В частности, условия (19) могут быть удовлетворены в одноосных кристаллах при взаимодействии обыкновенной волны частоты ω с необыкновенными волнами частот 2ω и 3ω (взаимодействие такого типа наблюдалось в опытах по генерации оптических гармоник [14]). В соответствии с этим перепишем условие (19) в виде

$$n_o(\omega) > n_e(2\omega), \quad n_o(\omega) > n_e(3\omega). \quad (20)$$

Условие (20) может быть выполнено для отрицательного одноосного кристалла, оптическая ось которого перпендикулярна направлению распространения волны накачки; на рис. 3 изображен эллипсоид фазовых скоростей для такого кристалла. Отметим, что первое условие (20) есть условие синхронизма волн с частотами ω и 2ω ; оно выполняется в некотором конусе AOA' (рис. 3) с углом раствора ψ_1 . Полностью условие (20) выполняется в конусе с несколько меньшим углом раствора ψ_2 . Угол ψ_1 может быть рассчитан по формуле

$$\psi_1 = 2 \arctg \frac{N_e(2\omega)}{N_e(\omega)} \left(\frac{N_o^2(\omega) - N_e^2(2\omega)}{N_o^2(2\omega) - N_o^2(\omega)} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (21)$$

где $N_{o,e}$ — главные значения показателей преломления на соответствующей частоте.

Для вычисления ψ_2 в формуле (21) следует заменить $N_{o,e}(2\omega)$ на $N_{o,e}(3\omega)$.

Таким образом, применение низкочастотной накачки приводит к сужению области возможных углов между поверхностью кристалла и волновыми векторами распространяющихся волн.

В рассматриваемом случае анизотропной нелинейной среды остаются в силе приведенные в § 2, 1 особенности процесса параметрического усиления бегущих волн при низкочастотной накачке; учет анизотропии здесь приведет к количественным изменениям.

§ 3. Результаты экспериментального изучения параметрического усиления волн пространственного заряда при низкочастотной накачке *

Удобным объектом экспериментального исследования процесса распространения волн в нелинейных волноводных системах является длинный электронный поток. Параметры такого потока, в известной

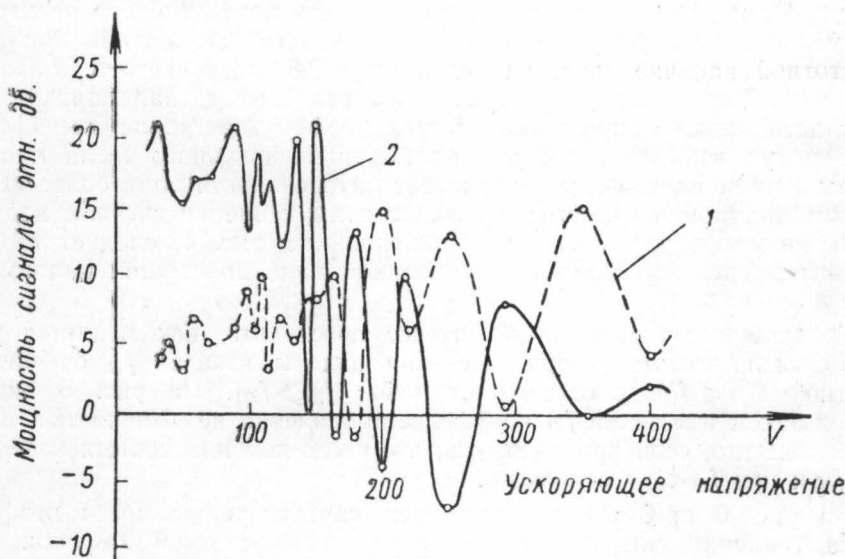


Рис. 4. Зависимость коэффициента параметрического усиления от скорости электронного пучка. Кривые 1 означают уровень сигнала без накачки, кривые 2 — с накачкой

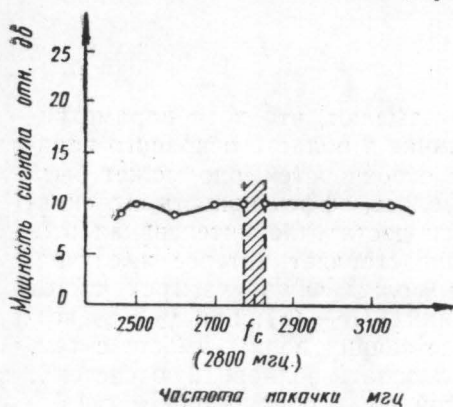


Рис. 5. Зависимость коэффициента усиления сигнала в длинном электронном потоке от частоты накачки. Заштрихована полоса фильтра накачки

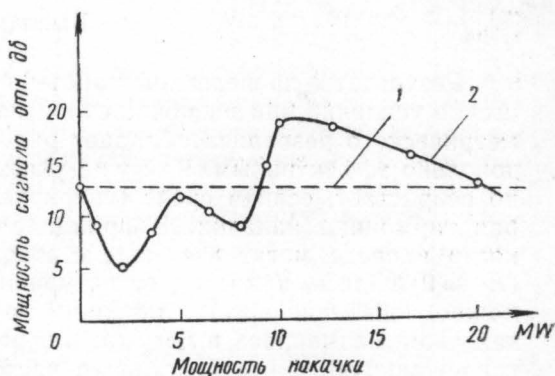


Рис. 6. Зависимость коэффициента усиления сигнала от мощности низкочастотной накачки для параметрического усилителя волн пространственного заряда. Кривые 1 означают уровень сигнала без накачки, кривые 2 — с накачкой

мере аналогичные параметрам линии передачи, легко управляются изменением напряжений, тока и геометрии электронного пучка. Изменяя, например, ускоряющее напряжение на участке свободного дрейфа электронов, можно в некоторых пределах управлять дисперсионными

* Описание экспериментальной установки см. в [11, 12].

свойствами потока. При малых напряжениях дисперсионность пучка значительно возрастает; вследствие этого интенсивность генерируемых в пучке высших комбинационных частот может быть сделана достаточно малой.

Участок свободного дрейфа электронов использовался в настоящей работе при исследовании усиления с низкочастотной накачкой. На рис. 4 представлена типичная зависимость коэффициента электронного усиления слабого сигнала от ускоряющего напряжения при низкочастотной накачке (частота сигнала $\sim 2,8$ гГц, частота накачки $\sim 2,5$ гГц). Максимум параметрического усиления сигнала приходится на область малых напряжений участка дрейфа электронов, где эффективно могут взаимодействовать волны лишь конечного числа частот. С повышением напряжения возрастает интенсивность волн более высоких комбинационных частот; в связи с этим усиление сигнала падает. Периодичность зависимости, изображенной на рис. 4, следует приписать интерференции быстрой и медленной волн пространственного ряда.

Представляет определенный интерес проследить, как меняется усиление сигнала частоты f_c при изменении частоты накачки f_H от «низкочастотной» ($f_H < f_c$) до «высокочастотной» ($f_H > f_c$). На рис. 5 видно, что при таком изменении f_H коэффициент усиления не изменяется. Последнее понятно, если предположить, что число комбинационных волн при $f_H > f_c$ и при $f_H < f_c$ одинаково.

На рис. 6 представлена типичная картина зависимости коэффициента усиления сигнала от мощности низкочастотной накачки. Эта зависимость представляет ряд максимумов, величина которых возрастает с ростом накачки; график рис. 6 качественно согласуется с аналогичной расчетной зависимостью (см. рис. 2, б).

Выводы

Результаты проведенной работы показывают, что хотя параметрическое усиление при низкочастотной накачке в области основного параметрического резонанса обладает рядом особенностей, оно может быть довольно эффективным. Как уже указывалось, эффективность его сильно возрастает, если в среде генерируется достаточно интенсивная вторая гармоника накачки. В принципе представляет интерес и случай, когда в среде могут взаимодействовать волны лишь четырех частот ($E_4 \equiv 0$). Здесь, как следует из уравнений (7) — (8), при $\gamma_2 > \gamma_3$ возможно появление экспоненциально нарастающих волн; вместе с тем, как уже указывалось выше, трудно реализовать волноводную систему, исключаящую взаимодействие с частотой ω_4 , особенно при $\kappa \approx 1,5^*$.

Авторы признательны Р. В. Хохлову за многочисленные дискуссии и советы и С. Д. Гвоздоверу за интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Chang K., Bloom S. Proc. IRE, **46**, 1383, 1958.
2. Тагер А. С. Сб. «100 лет со дня изобретения радио Поповым А. С.».
3. Ashkin A. J. Appl. Phys., **29**, 1646, 1958.
4. Carroll I. J. Electronics and Control, **11**, 321, 1961.
5. Ахманов С. А., Хохлов Р. В. ЖЭТФ, **69**, 351, 1962.

* При $\kappa \approx 1$ определенные трудности могут возникнуть в обеспечении эффективного взаимодействия с частотой $\omega_1 \approx 0$.

6. Папалекси Н. Д., Мартынов А. М. ДАН СССР, 51, 25, 1946.
7. Карасев М. Д. «Радиотехника и электроника», 6, № 5, 1961.
8. Adams D. IRE Trans., MMT—8, 274, 1960.
9. Tien P. K. J. Appl. Phys., 29, 1947, 1958.
10. Sakuraba I., Kazui K. Дэики цусин гаккай дзасси (японск.), 44, 1803, 1961.
11. Акулина Д. К., Ахманов С. А. и др. «Радиотехника и электроника», 5, 1736, 1960.
12. Ахманов С. А., Гвоздовер С. Д. и др. ЖТФ, 33, 98, 1963.
13. Хохлов Р. В. «Радиотехника и электроника», 6, 1116, 1961.
14. Terhune R., Maker P., Savage C. Phys. Rev. Letters., 8, 404, 1961.

Поступила в редакцию
7. 12 1962 г.

Кафедра
радиотехники