

## Об устойчивости дислокационной структуры спекловых полей

А.М. Зотов,<sup>1</sup> П.В. Короленко<sup>1,2,\*</sup><sup>1</sup>Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет, кафедра оптики, спектроскопии и физики наносистем Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр.2<sup>2</sup>Физический институт имени П.Н.Лебедева Российской академии наук Россия, 119991, ГСП-1, Москва, Ленинский проспект, д.53

(Поступила в редакцию 08.02.2023; после доработки 24.07.2023; принята к публикации 25.07.2023)

Рассмотрены особенности процессов распространения в свободном пространстве световых пучков с дислокационной структурой волнового фронта. Анализируется устойчивость к влиянию дифракции системы мелкомасштабных дислокаций, обеспечивающих пространственное сверхразрешение. На основе сравнения характеристик дислокационных образований различных видов делается вывод о наибольшей структурной устойчивости систем с винтовыми дислокациями специального типа. Такие дислокации могут быть получены путем азимутального вращения краевых дислокаций, характеризующихся резким скачком фазы световых колебаний вдоль сингулярной линии. Полученные результаты найдут применение при оптимизации характеристик оптических устройств со сверхвысоким пространственным разрешением, а также при разработке программного обеспечения работы пространственных модуляторов света, формирующих пучки с заданным амплитудно-фазовым профилем.

PACS: 01.30.-y. УДК: 535.4.

Ключевые слова: дислокации волнового фронта, устойчивость дислокационной структуры, сверхразрешение, спеклы, моды свободного пространства.

DOI: [10.55959/MSU0579-9392.78.2350403](https://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.78.2350403)

## ВВЕДЕНИЕ

Сохраняют актуальность вопросы, относящиеся к изучению свойств спекл-полей и возможностей их практического использования (см., например, [1, 2]). Свойственные таким полям сингулярные элементы стали предметом развернутых исследований. Среди наиболее значимых результатов, достигнутых в последнее время в этой области, следует отметить построение фантомных изображений [3], использование микроскопии с динамическим структурированным освещением [4], реализацию пространственного сверхразрешения [5] и бездифракционного распространения излучения [6, 7]. К прикладным аспектам, имеющим важное значение, следует отнести группу вопросов, сориентированных на разработку и использование оптических систем с пространственным сверхразрешением. Выполненные исследования показали, что получение фазового изображения, содержащего винтовые дислокации (ВД) волнового фронта, позволяет, благодаря специфике распределения фазы в ВД, превзойти дифракционный предел разрешения в 4–5 раз [8–10]. Появившиеся способы уменьшения эффективной площади таких элементов волновой поверхности [11–13] дали возможность еще более повысить степень разрешения. При анализе световых полей с системой дислокаций обходным

оказался вопрос об устойчивости их структуры при распространении в свободном пространстве. Между тем известно, что, например, в устройствах, обеспечивающих манипуляцию малоразмерными объектами, световой пучок с системой дислокаций попадает в область расположения объектов после того, как он прошел определенное расстояние [14, 15]. Целью данной статьи является разработка способа формирования мелкомасштабных дислокационных образований, обладающих наибольшей устойчивостью к влиянию дифракционных эффектов и сохраняющих свою топологию на максимально большом расстоянии. При этом предполагается провести сравнение характеристик смоделированной таким способом системы дислокаций с дислокациями, построенными на основе других принципов.

## 1. ПОСТРОЕНИЕ ВД С ПРЕДЕЛЬНО МАЛОЙ ЭФФЕКТИВНОЙ ПЛОЩАДЬЮ

С точки зрения использования в системах со сверхразрешением ВД должны обладать:

1. ограниченным диапазоном пространственных частот;
2. минимальными размерами;
3. осевой симметрией;
4. малыми изменениями интенсивности (по сравнению со средним значением) вне окрестности ВД.

\* E-mail: [pvkorolenko@rambler.ru](mailto:pvkorolenko@rambler.ru)

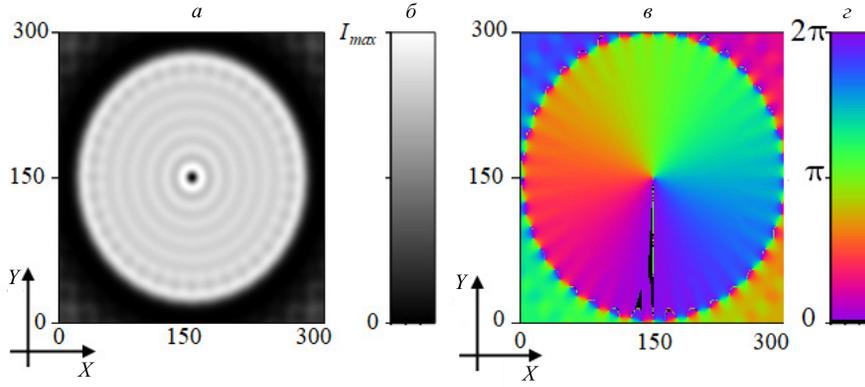


Рис. 1. Структура ВД:  $a$  — интенсивность,  $в$  — фаза,  $б$ ,  $г$  — соответственно палитры для интенсивности и фазы.  $x, y$  — поперечные координаты

При моделировании дислокаций с указанными свойствами были использованы элементы теории [16], которая ранее привлекалась для оценки размеров краевых дислокаций (КД) с расположением сингулярных точек вдоль прямой линии. Разработанный в [16] аппарат позволяет построить распределение поля КД с резким изменением фазы на  $\pi$  при переходе через сингулярную линию и равномерным распределением интенсивности на ее периферии. Выражение для амплитуды поля с максимально возможным градиентом фазы в области дислокации имеет вид

$$E_1(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^P \frac{\sin\left((2k+1)\frac{\pi x}{d}\right)}{2k+1}, \quad (1)$$

где  $P$  — число гармоник; координатная ось  $x$ , перпендикулярная сингулярной линии, содержит  $N$  значащих точек;  $d = N/2$ .

С помощью выражения (1) можно оценить размер КД. В качестве размера будем использовать расстояние от центра дислокации, на котором интенсивность составляет половину от максимального значения. Используя этот критерий, получаем для ширины  $w$  дислокации выражение

$$w = \frac{1}{2\sqrt{2}\pi} \frac{d}{(P+1)}. \quad (2)$$

Видно, что минимальный размер КД определяется двумя факторами: количеством пространственных гармоник и общими размерами поля.

Переход к построению винтовой дислокации несложно осуществить, используя процедуру равномерного вращения КД вокруг точки, где  $E_1(x) = 0$ . В поперечных координатах  $x, y$  (ось  $Y$  направлена вдоль сингулярной линии) двумерную КД, повернутую на угол  $\alpha$ , относительно оси  $Y$  с центром вращения в точке  $[0,0]$  несложно представить с помощью выражения

$$E_2(x, y, \alpha) = \exp(i\alpha) E_1(\sin(\alpha)x + \cos(\alpha)y). \quad (3)$$

Суммирование азимутальных компонент поля при единичной нормировке интенсивности вне дислокации приводит к следующему выражению для

амплитуды поля синтезированной таким образом ВД:

$$E_3(x, y) = \frac{\pi}{2M} \sum_{m=0}^{M-1} E_2\left(x, y, \frac{2\pi m}{M}\right). \quad (4)$$

Здесь  $M$  — число азимутальных компонент (в расчетах считалось, что  $M = 36$ ).

На рис. 1 приведено рассчитанное с помощью выражения (4) распределение интенсивности и фазы в поперечном сечении ВД.

Несложно оценить ширину построенной ВД, ориентируясь на центральный провал интенсивности. Расчет дает значение

$$w = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{d}{(P+1)}. \quad (5)$$

Схожесть выражений (2) и (5) указывает на близость размеров КД и ВД.

## 2. УСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМЫ ВД С МИНИМАЛЬНЫМИ РАЗМЕРАМИ

В некоторых практически важных случаях, например при решении задач сканирующей микроскопии [4] и при использовании мультиплексных оптических манипуляторов [14, 15], необходимо сформировать не единичную ВД малого размера, а систему плотно расположенных ВД. Конфигурационную устойчивость при распространении такого набора ВД можно обеспечить трансляционной симметрией и одинаковым количеством ВД разных знаков на периодически повторяющейся площадке. Целесообразно при этом провести сравнение степени устойчивости системы дислокаций, построенных разными методами.

Рассмотрим свойства дислокационной системы, построенной с помощью ВД, сформированных преобразованием краевых дислокаций. Распределение амплитуды и фазы на основе пространственной комбинации ВД задавалось следующим образом:

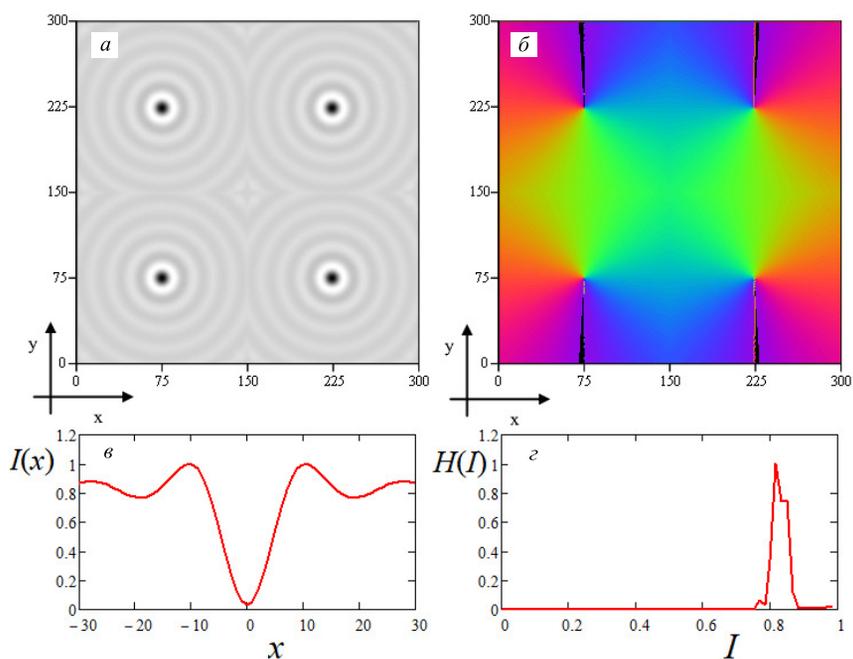


Рис. 2. Начальное поле, полученное комбинацией ВД:  $a$  — интенсивность,  $b$  — фаза,  $c$  — профиль интенсивности ВД,  $d$  — гистограмма интенсивности

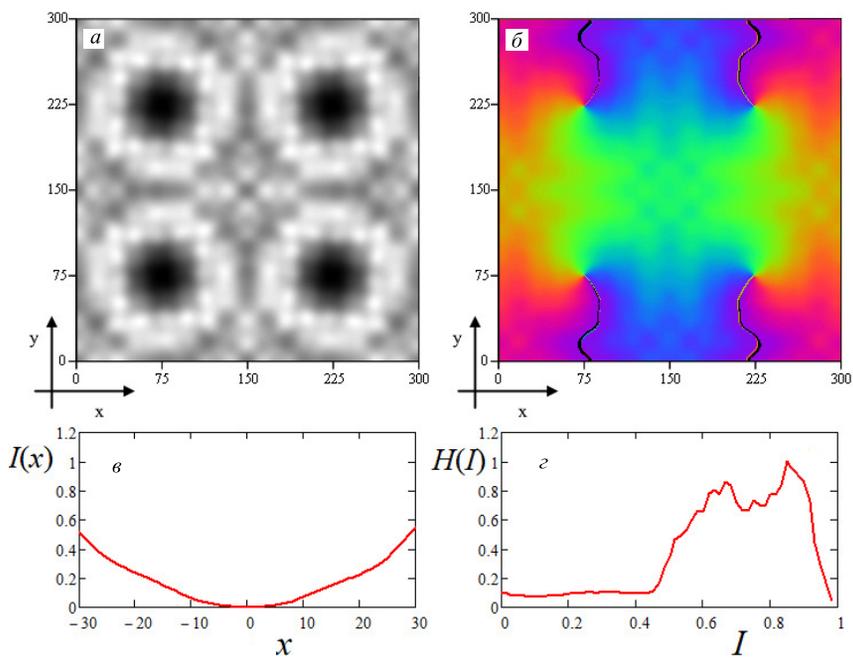


Рис. 3. Комбинация ВД на расстоянии  $z = 0.015T$ :  $a$  — интенсивность,  $b$  — фаза,  $c$  — профиль интенсивности ВД,  $d$  — гистограмма интенсивности

в первом квадранте системы координат располагалась ВД с характеристиками, описанными в первом разделе. Во втором, третьем и четвертом квадрантах при построении таких же ВД осуществлялось инвертирование направлений координатных осей.

На рис. 2,  $a-d$  изображен элементарный фрагмент периодической системы ВД, на котором приве-

дены распределения интенсивности и фазы, а также гистограмма значений интенсивности. Форма гистограммы в виде достаточно узкого пика указывает на то, что в силу малых размеров ВД резкое изменение интенсивности в их локальной области не сказывается существенным образом на статистике распределения интенсивности.

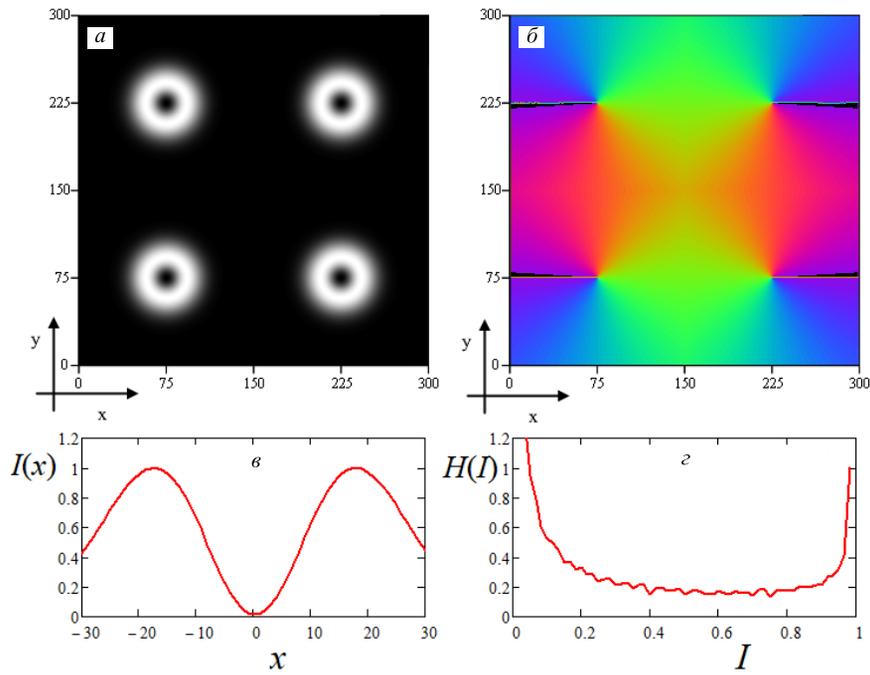


Рис. 4. Система мод  $TEM_{01}^*$ :  $a$  — интенсивность,  $b$  — фаза,  $c$  — профиль интенсивности ВД,  $d$  — гистограмма интенсивности

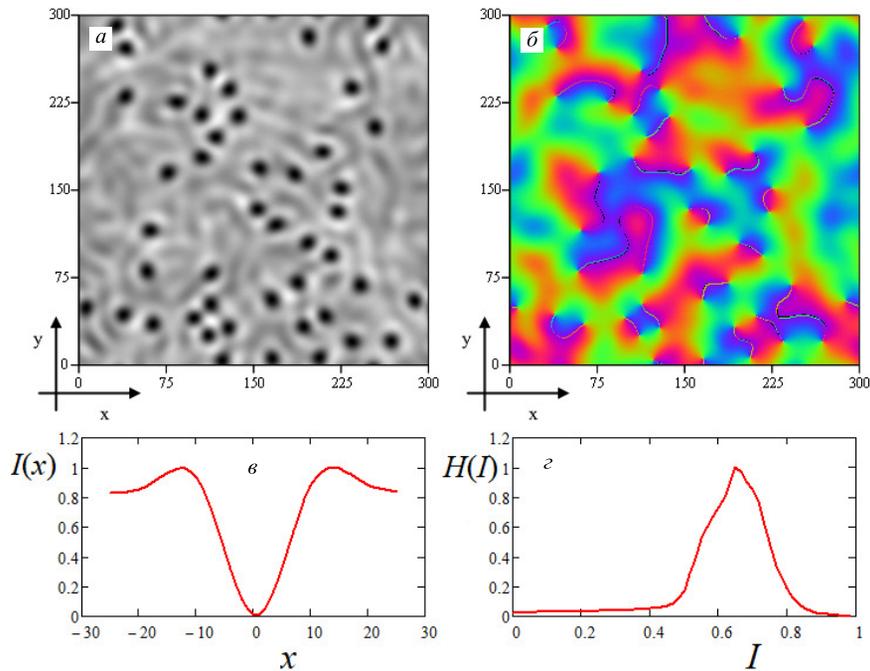


Рис. 5. Преобразование спеклового поля в результате действия процедуры Г-С:  $a$  — интенсивность,  $b$  — фаза,  $c$  — усредненный профиль интенсивности ВД,  $d$  — характерная гистограмма

Используя разложение поля с системой ВД по плоским волнам, можно определить структуру излучения на разных расстояниях от начальной плоскости. Используемый дискретный набор плоских волн получался с помощью двумерного быстрого преобразования Фурье (БПФ). Расчеты показали,

что система ВД в процессе распространения характеризуется весьма высокой структурной устойчивостью.

Сколько-нибудь существенные изменения в амплитудно-фазовом распределении начинают проявляться, если расстояния заметно превосходят ве-

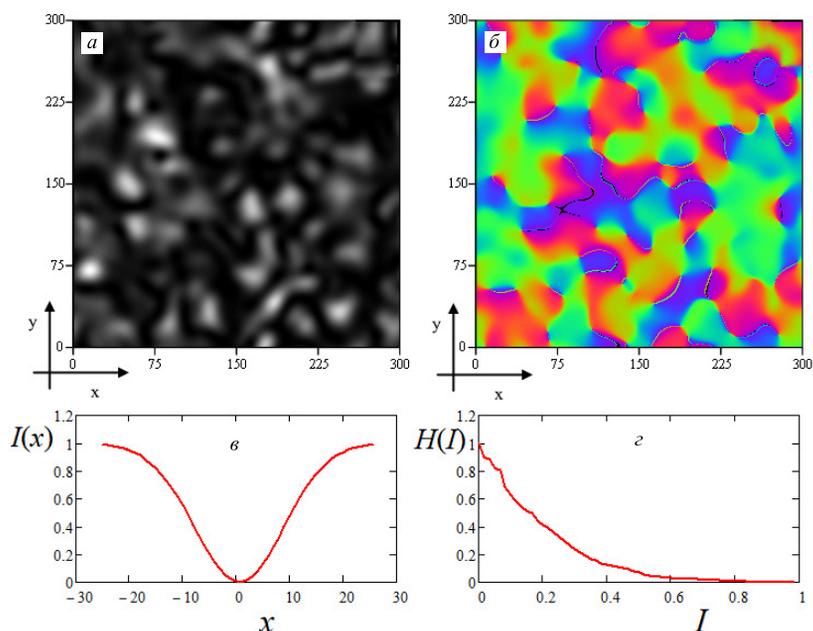


Рис. 6. Система мелкомасштабных ВД на расстоянии  $z = 0.0015T$ :  $a$  — интенсивность,  $b$  — фаза,  $v$  — усредненный профиль интенсивности ВД,  $z$  — характерная гистограмма

личину  $z = 0.015T$ , где  $T$  — расстояние Тальбо, равное  $2a^2/\lambda$  ( $a$  — ширина ячейки с набором из 4 дислокаций,  $\lambda$  — длина волны). Рис. 3 характеризует структуру излучения на указанном расстоянии. Видно, что ВД сохраняют свое положение и количество, хотя и значительно уширяются. Их ширина превосходит изначальную почти на порядок. Уширение дислокаций приводит к трансформации гистограммы: доминирующими оказываются близкие к нулю значения интенсивности.

### 3. ХАРАКТЕРИСТИКИ ИНЫХ ДИСЛОКАЦИОННЫХ СТРУКТУР

Для оценки степени уникальности свойств дислокационной структуры, рассмотренной в предыдущем разделе, было проведено их сопоставление с характеристиками систем, построенных на иных принципах.

Рассмотрим периодическую систему, образованную ВД, построенными на основе цилиндрических мод свободного пространства ТЕМ $01^*$ , расположенными в квадрантах рабочего поля. Поле моды ТЕМ $01^*$  в поперечных координатах  $x, y$ , отсчитываемых от ее оси, можно записать как

$$E_4(x, y) = \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2}\right] (x + iy),$$

где  $w$  — ширина ВД,  $i$  — мнимая единица.

Распределение интенсивности и фазы набора дислокаций, расположенных в квадрантах рабочего поля и сшитых на внешней и внутренней границах, графически представлено на рис. 4. Несмотря на то,

что распределение фазы в рассматриваемом случае близко к распределению фазы в изначальной структуре с ВД, преобразованной из КД (рис. 2), трансформация поля в ходе распространения оказывается более значительной в силу более неоднородного распределения интенсивности в окрестности дислокаций. На расстоянии  $z = 0.015T$  из-за уширения мод и их взаимной интерференции поле приобретает мелкомасштабный мозаичный вид, кардинально отличающийся от первоначального. Это указывает на низкую пространственную устойчивость данной дислокационной системы.

Рассмотрим теперь поведение неупорядоченной системы мелкомасштабных ВД. Такие дислокационные структуры можно получить, осуществив преобразование классического спеклового поля с присутствующей ему системой дислокаций с помощью итерационной процедуры Герцберга–Секстона (Г–С) [11–13]. В результате преобразования такого поля с релеевской статистикой формируется дислокационная структура с узкими азимутально равномерными ВД, обладающая нерелеевской гистограммой интенсивности. На рис. 5 приведено типичное поле после 100 итераций. Размеры получающихся дислокаций примерно в 4 раза меньше изначальных.

Выполненные оценки продольной устойчивости положений дислокаций, их формы и статистических параметров показали, что она значительно уступает устойчивости ВД в первоначально рассмотренной системе. На тестовом расстоянии  $z = 0.015T$  гистограмма значений интенсивности существенно уширяется (рис. 6), глубокие и узкие «колодцы» интенсивности исчезают, положение дислокаций меняется. Примечательно, что при этом наблюдается обратный переход от нерелеев-

ской статистики распределения интенсивности к релеевской [17].

Таким образом, и в этом случае дифракционное распространение излучения приводит к значительным структурным изменениям.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен метод формирования при ограниченном пространственном спектре излучения системы

предельно узких ВД, обладающих высокой степенью структурной устойчивости в ходе распространения в свободном пространстве. Лежащий в основе метода алгоритм может быть использован для программного обеспечения работы пространственных модуляторов света, формирующих излучение с мелкомасштабными ВД. Такое излучение может найти применение в различных оптических системах, в том числе реализующих пространственное сверхразрешение.

- [1] Васильев Ю.В., Козарь А.В., Курицина Е.Ф., Лукьянов А.Е. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. № 3. 65. (2002). (Vasil'ev Yu.V., Kozar' A.V., Kuritsyna E.F., Luk'yanov A.E. // Moscow Univ. Phys. Bull. **57**, N 3. 84 (2002)).
- [2] Новикова М.Л., Южаков А.В., Баум О.И. // Ученые записки физического ф-та Московского ун-та. № 2. 1920301. (2019).
- [3] Kuplicki K., Chan K.W.C. // Optics Express. **24**, N 23. 26766. (2016).
- [4] Gateau J., Chaigne T., Katz O. et al. // Opt. Lett. **38**. 5188. (2013). <https://opg.optica.org/ol/abstract.cfm?URI=ol-38-23-5188>
- [5] Bender N., Sun M., Yilmaz H. et al. // Optica. **8**, N 2. 122. (2021). [https://opg.optica.org/abstract.cfm?URI=CLEO\\_AT-2021-AW4N.2](https://opg.optica.org/abstract.cfm?URI=CLEO_AT-2021-AW4N.2)
- [6] Rui Feng L., Bingcheng Q., Shupeng Z. et al. // Phys. Rev. Lett. **127**. 180601. (2021).
- [7] Yu-Xuan Ren, Hongsen He, HuaJun Tang, Kenneth K.Y. Wong // Frontiers in Physics. **9**, art. 698343. (2021).
- [8] Кретушев А.В., Тычинский В.П. // Квантовая электроника. **32**, № 1. 66. (2002). (Kretushev A.V., Tychinsky V.P. // Quantum Electronics. **32**, N 1. 66. (2002).)
- [9] Тычинский В.П. // УФН. **178**, N 11. 1205. (2008). (Tychinskii V.P. // Phys. Usp. **51**. 1161. (2008).)
- [10] Василенко И.А., Метелин В.Б., Игнатьев П.С. и др. // Альманах клинической медицины. **46**, № 8. 748. (2018).
- [11] Bender N. // APL Photonics. **4**, N 11. 110806. (2019).
- [12] Зотов А.М., Короленко П.В., Павлов Н.Н. // Тенденции развития науки и образования. **84**, № 5. 156. (2022).
- [13] Попов Н.Л., Артюков И.А., Виноградов А.В., Протопопов В.В. // УФН. **190**, № 8. 820. (2020).
- [14] Dufresne E.R., Grier D.G. // Rev. Sci. Instr. **69**. 1974. (1998).
- [15] Скиданов Р.В., Рыков М.А. // Компьютерная оптика. **37**, № 4. 431. (2013).
- [16] Хемминг Р.В. Цифровые фильтры. М.: Недра, 1987. [https://scask.ru/l\\_book\\_hflt.php?id=36](https://scask.ru/l_book_hflt.php?id=36)
- [17] Zotov A.M., Korolenko P.V., Pavlov N.N. // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. **86**, N 11. 1341. (2022).

## On the stability of the dislocation structure of speckle fields

A.M. Zotov<sup>1</sup>, P.V. Korolenko<sup>1,2,a</sup>

<sup>1</sup> Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia

<sup>2</sup> P. N. Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences. Moscow 119991, Russia

E-mail: <sup>a</sup>[pvkorolenko@rambler.ru](mailto:pvkorolenko@rambler.ru)

The features of propagation in free space of light beams with a dislocation structure of the wavefront are considered. The stability to the influence of diffraction of small-scale dislocation systems providing spatial super-resolution is analyzed. Based on a comparison of the characteristics of various dislocation formations, a conclusion is made about the greatest structural stability of systems with special type screw dislocations. Such dislocations can be obtained by azimuthal rotation of edge dislocations characterized by a sharp phase jump of light oscillations along the singular line. The obtained results will find application in optimizing the characteristics of optical devices with ultra-high spatial resolution, as well as in developing software for the operation of spatial light modulators forming beams with a specified amplitude-phase profile.

PACS: 01.30.-y.

Keywords: wavefront dislocations, dislocation structure stability, superresolution, speckles, free space modes.

Received 08 February 2023.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2023. **78**, No. 5, pp. 647–653.

### Сведения об авторах

1. Зотов Алексей Михайлович — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; e-mail: [azotov@gmail.com](mailto:azotov@gmail.com).

2. Короленко Павел Васильевич — доктор физ.-мат. наук, профессор; e-mail: [pvkorolenko@rambler.ru](mailto:pvkorolenko@rambler.ru)